

ایستگاه اندیشه و ادب ریاضی

ایستگاه دوم: سه معمای پانزده

سرگرمی
سر علمی

هوشنگ شرقی

من و دو دخترم دیشب برای شام تنها بودیم و مادر آن‌ها برای کاری واجب به منزل مادرش رفته بود! من که آشپزی بلد نیستم و نمی‌خواستم از غذاهای فست‌فودی استفاده کنم، تصمیم گرفتم که به غذاهای ساده‌ خانگی بسنده کنم و دخترها هم به‌همین رضایت دادند. در تهیه این غذاها عامل زمان بسیار مهم بود، ولی متأسفانه تمام ساعت‌هایمان خوابیده بودند و تنها ابزارهای اندازه‌گیری زمان برای ما ساعت‌های شنی متفاوتی بودند که در اختیار داشتیم. در نتیجه این موضوع سه چند معمای جالب بر خوردیم که آن‌ها را برایتان نقل می‌کنم.

◆ معمای اول: تخم‌مرغ‌های پخته!

اولین چیزی که تصمیم گرفتیم بخوریم، تخم‌مرغ آب‌پز بود (البته چیزهای دیگری هم داشتیم!) برای آنکه مطمئن شویم تخم‌مرغ‌ها کاملاً سفت و پخته می‌شوند، ۱۵ دقیقه باید در آب می‌جوشیدند و چون کمی گرسنه بودیم، می‌خواستیم بلافاصله بعد از ۱۵ دقیقه تخم‌مرغ‌ها را بخوریم. به کمک دو ساعت شنی که یکی ۷ دقیقه‌ای و دیگری ۱۱ دقیقه‌ای است، به هر زحمتی بود توانستیم زمان ۱۵ دقیقه را اندازه‌گیری کنیم و بلافاصله بعد از ۱۵ دقیقه، تخم‌مرغ‌هایمان هم آماده خوردن بودند. به‌نظر شما چه‌طور این ۱۵ دقیقه را اندازه گرفتیم؟

◆ معمای دوم: تخم‌مرغ‌های عسلی!

بعد از خوردن تخم‌مرغ‌های پخته، باز هم گرسنه بودیم! تصمیم گرفتیم چند تخم‌مرغ عسلی هم بخوریم. برای پخته شدن تخم‌مرغ عسلی گذشت ۹ دقیقه وقت، لازم و کافی بود. پس باید ۹ دقیقه وقت را اندازه‌گیری می‌کردیم و این بار می‌خواستیم از یک ساعت شنی ۴ دقیقه‌ای و یک ساعت شنی ۷ دقیقه‌ای استفاده کنیم. چگونه توانستیم این کار را انجام دهیم به‌طوری که درست پس از ۹ دقیقه همه تخم‌مرغ‌هایمان حاضر بودند؟

◆ معمای سوم: کتلت‌های خوشمزه!

بعد از خوردن تخم‌مرغ‌های عسلی، باز هم گرسنه بودیم! ولی دختر بزرگم گفت: «عیبی ندارد بابا! سه تا کتلت در یخچال داریم که به هر کدامان یکی از آن‌ها می‌رسد. فقط باید کمی سرخ شوند، چون سرد و یخ‌زده هستند.»
حال باید هر طرف هر کتلت را یک دقیقه سرخ می‌کردیم. مشکل ما دیگر زمان نبود، چون با ساعت شنی یک دقیقه‌ای که داشتیم این کار را به سادگی می‌توانستیم انجام دهیم. مشکل این بود که یک ماهی‌تابه کوچک برای سرخ کردن داشتیم که فقط گنجایش دو کتلت را داشت و ما می‌خواستیم سه دقیقه بعد کتلت‌هایمان حاضر باشند! چه‌طور این کار را انجام دادیم؟

یادتان باشد که باید هر دو طرف هر سه کتلت سرخ شوند و هر طرف یک دقیقه طول می‌کشد تا سرخ شود و ماهی‌تابه برای دو کتلت جا دارد.

۴. توزیع n توپ یکسان در k جعبه یکسان

مثال ۲۳: می‌خواهیم عدد ۵ را به‌صورت جمع اعداد طبیعی بنویسیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

● **پاسخ:** تعداد روش‌ها را به پنج دسته زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

الف) جمع یک عدد	$5=5$
ب) جمع دو عدد	$5=4+1=3+2$
ج) جمع سه عدد	$5=3+1+1=2+2+1$
د) جمع چهار عدد	$5=2+1+1+1$
ه) جمع پنج عدد	$5=1+1+1+1+1$

بنابراین جواب مسئله ۷ روش است.

مثال ۲۴: می‌خواهیم ۵ توپ یکسان را در ۵ جعبه یکسان

توزیع کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

● **پاسخ:** ۷ روش (چرا؟)

نتیجه: تعداد راه‌های توزیع n توپ یکسان در k جعبه

یکسان برابر است با تعداد حالت‌هایی که بتوان

عدد n را به‌صورت جمع یک، دو، ... و k عدد طبیعی نوشت.

مثال ۲۵: به چند روش می‌توان ۷ توپ یک‌رنگ را در ۳ جعبه

یکسان قرار دارد، به‌طوری که هیچ کدام خالی نماند؟

● **پاسخ:** باید دید که به چند روش می‌توان عدد ۷ را به‌صورت مجموع ۳ عدد طبیعی نوشت:

$$7=5+1+1=4+2+1=3+3+1=3+2+2$$

مثال ۲۶: به چند روش می‌توان n توپ یکسان را در $n-1$ جعبه

یکسان توزیع کرد، به‌طوری که هیچ کدام خالی نماند؟ ($n \geq 2$)

پاسخ: یک روش

مثال ۲۷: به چند روش می‌توان n توپ یکسان را در $n-2$ جعبه

یکسان توزیع کرد، به‌طوری که هیچ کدام خالی نماند؟ ($n \geq 4$)

● **پاسخ:** دو روش

مثال ۲۸: به چند روش می‌توان n توپ یکسان را در دو جعبه

توزیع کرد، به‌طوری که هیچ کدام خالی نماند؟

● **پاسخ:** $n = 1 + (n-1) = 2 + (n-2) + \dots + \left[\frac{n}{2} \right]$ است. بنابراین

شایان ذکر است که در حالت کلی فرمولی صریح برای تعداد راه‌های توزیع n توپ یکسان در k جعبه یکسان ارائه نشده است، اما در کتاب‌های ریاضی می‌توان رابطه بازگشتی برای این مسئله پیدا کرد.